Oppgave 1 (V2015 del2, 6 poeng)

De daglige kostnadene i kroner til en bedrift som produserer enheter av en vare per dag er gitt i tabellen nedenfor.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|  | 1200 | 2200 | 3600 | 5500 | 7800 | 10500 | 13700 |

1. Bruk regresjon til å bestemme et andregradsuttrykk for

Inntektene kroner ved salg av enheter per dag er gitt ved

 , der er prisen på varen og

1. Hva må være dersom overskuddet skal bli størst når det produseres og selges 75 enheter per dag? Hvor stort blir overskuddet da?

Bedriften har gjort en markedsanalyse. Sammenhengen mellom antall solgte enheter og prisen viser seg å være

1. Bestem hvilken pris som vil gi det største overskuddet per dag.

Oppgave 2 (V2015 del2, 6 poeng)

I lungene blir oksygen bundet til hemoglobin og transportert rundt i kroppen av blodet. Hemoglobinet er mettet når det ikke er i stand til å ta opp mer oksygen.

Den engelske fysiologen A. V. Hill oppdaget i 1910 en sammenheng mellom deltrykket til oksygenet i lungene og metningsgraden .

Han fant at under visse forhold er

Her er deltrykket målt i mmHg (millimeter kvikksølv)

* 1. Bruk graftegner til å tegne grafen til
	2. Bestem grafisk hva deltrykket må være for at metningsgraden skal være større enn 0,8
	3. Bruk derivasjon til å vise at metningsgraden øker dersom deltrykket øker. Forklar.

Oppgave 3 (V2015 del2, 5 poeng)

Grafen til en logistisk funksjon er skissert nedenfor.



1. Grafen skjærer -aksen i punktet P. Bestem -koordinaten til P uttrykt ved og
2. Bruk CAS og derivasjon til å vise at vendepunktet V har -koordinat lik
3. Bruk CAS til å vise at tangenten i V har stigningstall lik

Oppgave 4 (H2014 del2, 7 poeng)

La *x* være antall produserte og solgte enheter for en bedrift. Sammenhengen mellom *x* og prisen per enhet er

1. Bestem et uttrykk for inntekten

Tabellen nedenfor viser kostnaden ved produksjon av enheter for en del verdier av .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 500 | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 |
|  | 92 300 | 195 000 | 310 000 | 461 000 | 641 000 |

1. Bruk tabellen til å lage en modell for kostnadsfunksjonen .
2. Bestem et uttrykk for overskuddet . Bruk til å bestemme den produksjonsmengden som gir størst overskudd.
3. Forklar hvorfor løsningen av likningen gir samme resultat som i oppgave c).

Oppgave 5 (H2014 del2, 5 poeng)

En bonde skal gjerde inn kuene sine på et rektangelformet område. Området skal være på 625 m2. Bonden skal bruke en 15 m lang steinmur som en del av inngjerdingen.

Se skissen nedenfor.



1. Vis at en funksjon *G* som beskriver lengden av gjerdet kan skrives som
2. Bestem hvor langt gjerde bonden må bruke dersom han skal bruke kortest mulig gjerde. Hvilken form har da området til bonden?

Oppgave 6 (H2014 del2, 6 poeng)

Den amerikanske geofysikeren Marion King Hubbart lanserte i 1956 følgende modell for verdens årlige oljeproduksjon:

Her er antall milliarder fat olje som produseres i år etter 1930. For eksempel er antall milliarder fat olje som ble produsert i 1935.

1. Tegn grafen til
2. Når vil produksjonen være 10 milliarder per år i følge modellen
3. Hvilket år vil produksjonen være størst?
4. Hva vil den totale produksjonen av olje være i årene fra og med 1930 til og med 2014?

Oppgave 7 (V2014 del2, 6 poeng)

En bedrift har fått bestilling på en container som skal ha form som et rett prisme uten lokk. Volumet til containerne skal være 10 . Lengden skal være dobbel så stor som bredden.

Vi lar høyden være m, bredden m og lengden m. Se skissen nedenfor.



1. Vis at høyden av containeren er gitt ved

Materialet til bunnen koster 100 kr per kvadratmeter. Materialet til de fire sidene koster 60 kroner per kvadratmeter.

1. Vis at kostnadene kan skrives som
2. Bestem lengde, bredde og høyde i containeren slik at kostnadene ved å produsere containeren blir minst mulig.

Bestem den minste kostnaden ved å produsere containeren.

Oppgave 8 (H2013 del2, 5 poeng)

En bedrift produserer og selger *x* enheter av en vare per dag. Det viser seg at kostnadene

 og inntektene per dag er gitt ved

1. Bestem og . Kan du ut fra disse tallene si om bedriften bør produsere flere eller færre enn 100 enheter per dag?
2. Bestem den produksjonsmengden som gir størst overskudd for bedriften.

Oppgave 9 (H2013 del2, 6 poeng)

I følge en modell fra Statistisk Sentralbyrå vil forventet levealder til befolkningen i Norge følge funksjonen

Her er forventet levealder for dem som er født år etter 2012.

1. Hva blir forventet levealder for dem som er født i 2020, i følge denne modellen?
2. Bestem i hvilket år nyfødte kan forvente en levealder på 84 år
3. Bruk til å vise at forventet levealder i Norge stadig øker, i følge denne modellen.
4. Hva vil forventet levealder i Norge gå mot i det lange løp, i følge modellen?

Oppgave 10 (H2013 del2, 4 poeng)

Som vist i tabell 1 nedenfor har salget av CD-er i Norge minket de siste årene.



1. I hvilket år kan vi regne med at CD-salget er slutt dersom vi går ut fra at utviklingen fortsetter på samme måte?

Omsetningen av nedlastet/streamet musikk har derimot økt, som vist i tabell 2 nedenfor.



1. Bestem en eksponentiell modell som viser omsetningen som funksjon av antall år etter 2006. Hvor stor omsetning kan musikkbransjen regne med i 2013 dersom utviklingen fortsetter på denne måten?

Oppgave 11 (V2013 del2, 6 poeng)

En bedrift produserer og selger en vare. En markedsanalyse viser at etterspørselen *E* kan skrives som

der er prisen i kroner per enhet

1. Vis at grenseinntekten er gitt ved

der er antall solgte enheter av varen

Bedriften regner med at kostnadene ved å produsere og selge enheter er gitt ved

1. Hvor mange enheter må bedriften produsere og selge for at overskuddet skal bli størst mulig? Hva er overskuddet da?
2. Bedriften ønsker å øke sin markedsandel og vil derfor sette ned prisen, slik at flere kjøper produktet. Hva er den minste prisen bedriften kan sette for likevel å kunne gå i balanse?

Oppgave 12 (V2013 del2, 7 poeng)

Funksjonen er gitt ved

1. Tegn grafen til
2. Bestem Bruk produktregelen og kjerneregelen for derivasjon, og vis at

Bruk dette resultatet til å bestemme koordinatene til vendepunktet på grafen til .

For en normalfordelt variabel med og gjelder

1. Bruk integralet til å bestemme der og er -koordinatene til vendepunktene

Oppgave 13 (V2013 del2, 7 poeng)

Et firma A importerer og selger et produkt. Antall solgte enheter per år kan beskrives ved modellen

der er antall år etter 2006.

1. Hvor mange enheter solgte firma A i 2012 ifølge denne modellen?

Et konkurrerende firma B importerer og selger et tilsvarende produkt. Antall solgte enheter per år i firma B ser du i tabellen nedenfor.



1. Bestem ut fra disse tallene en logistisk modell som viser antall solgte enheter per år i firma B.
2. Hvilket firma vil i det lange løp selge flest enheter per år ifølge de to modellene?
3. Hvor mange enheter forventes det at hvert av de to firmaene importerer og selger totalt i årene fra og med 2006 til og med 2015?