Oppgave (V2015 del1, 3 poeng)

1. Forklar hva det vil si at en rekke $a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+…+a\_{n}$ er aritmetisk
2. En murer skal lage en vegg slik figuren viser. Bruk teori om rekker til å bestemme hvor mange murstein mureren trenger, når han vet at det er totalt 20 rader med murstein.



Oppgave (V2015 del1, 4 poeng)

Tallet $x=0,555…$ består av uendelig mange 5-tall etter komma.

1. Forklar at vi kan se på dette tallet som summen av den uendelige geometriske rekken

$$\frac{5}{10}+\frac{5}{10^{2}}+\frac{5}{10^{3}}+…$$

Bruk dette til å skrive $x $som en brøk.

1. Tallet $y=0,232323…$ kan skrives som en uendelig geometrisk rekke. Bruk dette til å skrive $y$ som en brøk.

Oppgave (V2015 del2, 4 poeng)

Kristin bestemmer seg for å spare penger til hun blir pensjonist. Hun ønsker å ha 2 millioner kroner på konto den dagen hun fyller 60 år. For å oppnå dette vil hun sette inn et fast årlig beløp, første gang når hun fyller 25 år og siste gang når hun fyller 59 år. Hun regner med en årlig rente på 5 % i hele perioden.

1. Vis at hun må sette inn omtrent 21 000 kroner hvert år.

Den dagen Kristin fyller 60 år vil hun ta ut 200 000 kroner. Det samme vil hun gjøre på hver av de fire neste fødselsdagene.

1. Hvor stort beløp har Kristin på kontoen den dagen hun fyller 65 år?

Oppgave (V2015 eksempel del1, 2 poeng)

Forklar at den uendelige rekken nedenfor konvergerer. Bestem summen.

 $7+\frac{14}{9}+\frac{28}{81}+\frac{56}{729}+…$

Oppgave (V2015 eksempel del1, 4 poeng)

En uendelig rekke er gitt ved

 $1+7+19+37+61+91+…$

1. Skrive av og fyll ut tabellen. Foreslå en formel for $S\_{n}$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$n$$ | $$a\_{n}$$ | $$S\_{n}$$ | $$S\_{n}$$ |
| 1 | 1 | 1 | $$1^{3}$$ |
| 2 | 7 | 8 | $$2^{3}$$ |
| 3 | 19 |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  | 125 | $$5^{3}$$ |
| 6 | 91 | 216 |  |

1. Forklar at $a\_{n}=S\_{n}-S\_{n-1}$

Bruk dette til å vise at $a\_{n}$ også kan skrives $a\_{n}=3n^{2}-3n+1$

Oppgave (H2014 del1, 3 poeng)

1. Bestem et uttrykk for summen

$$a+\frac{a}{2}+\frac{a}{2^{2}}+…+\frac{a}{2^{n-1}}$$

En uendelig geometrisk rekke er gitt ved

$$a+\frac{a}{2}+\frac{a}{2^{2}}+…+\frac{a}{2^{n-1}}$$

1. Begrunn hvorfor rekken konvergerer
2. Bestem $a$ slik at summen av rekken blir 10

Oppgave (H2014 del2, 4 poeng)

Katrine satte inn 20 000 kroner på konto hvert år, første gang 1. januar 2007 og siste gang 1. januar 2010. Innskuddsrenten var hele tiden 3,5 % per år. Alle innskuddene sto urørt.

1. Hvor mye hadde Katrine på sparekontoen i banken 31. desember 2010?

1. januar 2011 ble innskuddsrenten satt ned til 3,0 % per år.

1. Katrine satte ikke flere penger i banken, men tok i stedet ut 8000 kroner hvert år, første gang 1. januar 2011 og siste gang 1. januar 2014.

Hvor mye hadde Katrine på sparekontoen 31. desember 2014?

Oppgave (H2014 del2, 6 poeng)

Båttallene $B\_{n}$ er antall prikker i figurene nedenfor. Vi ser at $B\_{1}=8$ og $B\_{2}=15$.



1. Bestem $B\_{4}$

Mathias ser at han kan dele hver figur i to biter slik at han får en trekant og en del av en større trekant.



Ut fra dette ser han at $B\_{n}=T\_{n}+T\_{n+3}-3$, der $T\_{n}=1+2+3+…+n$

1. Bruk dette til å bestemme $B\_{5}$
2. Bestem en formel for $B\_{n}$ uttrykt ved $n$

Oppgave (V2014 del1, 4 poeng)

1. Bestem summen av den aritmetiske rekken 3 + 6 + ...+ 300
2. Bestem $a\_{2}$ slik at rekken $a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+…+a\_{n}$ blir aritmetisk når $a\_{1}=4$ og $a\_{n}=a\_{n-2}+8, n\geq 3$

Oppgave (V2014 del2, 3 poeng)

Langs en linje har vi konstruert en rekke halvsirkler som vist på figuren nedenfor. Diameteren til den første figuren er *2r*. Videre er diameteren til den neste halvsirkelen halvparten av diameteren til den foregående.

Vi lar $O\_{n}$ være lengden av halvsirkelbue nummer *n*.



1. Forklar at $O\_{1}+O\_{2}+O\_{3}+…$ blir en uendelig geometrisk rekke.
2. Bestem summen av rekken i oppgave a). Kommenter svaret.

Oppgave (V2014 del2, 6 poeng)

Frida ønsker å kjøpe en ny PC som koster 7 995 kroner. Butikken tilbyr henne å kjøpe PC-en på avbetaling. Hun må da betale 36 like store månedlige beløp. Det første skal hun betale om én måned. Den månedlige renten er 1,6 %. I tillegg må hun betale et engangsgebyr på 30 kroner.

1. Forklar at dersom terminbeløpet er x kroner, så vil

$$\frac{x}{1,016}+\frac{x}{1,016^{2}}+…+\frac{x}{1,016^{36}}=8025$$

Løs denne likningen.

Frida vurderer å låne pengene i banken i stedet. Der må hun betale 289 kroner hver måned i 36 måneder. Hun må betale første beløp én måned etter at hun har tatt opp lånet.

1. Hvilken månedlig rente (i prosent) får hun i banken?

Venninnen Elise har spart 650 kroner hver måned til en slik PC. Sparekontoen har en fast

månedlig rente. I dag, like etter den 12. innbetalingen, har hun 8 107 kroner på kontoen.

1. Bestem den månedlige renten (i prosent) Elise fikk i banken.

Oppgave (V2014 del2, 3 poeng)

En type tablett inneholder 60 mg av et bestemt stoff. Når en pasient har dette stoffet i

kroppen, vil mengden av stoffet bli halvert i løpet av seks timer.

En pasient får én tablett hver tolvte time.

Hvor mange milligram av stoffet vil maksimalt samles i kroppen etter lang tids bruk?

Oppgave (H2013 del1, 4 poeng)

I en aritmetisk rekke er $a\_{2}=6$ og $a\_{5}=18$

1. Skriv opp de fire første leddene i rekken
2. Bestem en formel for $a\_{n}$
3. Bestem en formel for summen $S\_{n}=a\_{1}+a\_{2}+…+a\_{n}$

Oppgave (H2013 del2, 6 poeng)

I starten av et år vurderer Lise å låne 100 000 kroner for å investere i et aksjefond. Lånet er et annuitetslån, og hun må betale 16 274,54 kroner i slutten av hvert år i 10 år for å nedbetale hele lånet, første gang ett år etter låneopptaket.

1. Vis at den årlige renten er på 10 %.

Banken hevder at dersom aksjene har en årlig verdiøkning på 12 %, vil hun sitte igjen med en solid fortjeneste på aksjene.

1. Bestem verdien av aksjene i slutten av det 10. året.

Hennes netto fortjeneste etter 10 år er differansen mellom verdien av det hun har betalt

på lånet, og verdien av aksjene.

Vis at hennes netto fortjeneste etter 10 år vil være 51 210,57 kroner.

I stedet for å ta opp dette lånet for å kjøpe aksjer vurderer Lise heller å spare. I slutten av hvert år vil hun sette 16 274,54 kroner inn på en konto med en fast årlig rente. Det første beløpet setter hun inn om ett år.

1. Hva må sparerenten være for at hun skal ha like mye penger i banken om 10 år som verdien av aksjene i oppgave b)?

Oppgave (H2013 del2, 6 poeng)

Tallet på prikker i figurene nedenfor kaller vi for *piltallene* $P\_{n}$. Vi ser at $P\_{1}=6$ og $P\_{2}=14$



1. Skriv opp de fem første piltallene

Maria ser at hun kan dele figurene i to slik at hun får en “pilspiss” og et “rektangel”. Da er et samlet antall prikker $P\_{n}=S\_{n}+F\_{n}$, der $S\_{n}$er antall prikker i “pilspissen” og $F\_{n}$ er antall prikker i “rektangelet”. Figuren nedenfor viser denne oppdelingen for figur nummer 3.



1. Forklar at antall prikker i “pilspissen” på figur nummer $n$ er gitt ved

$$S\_{n}=\frac{\left(n+1\right)\left(n+2\right)}{2}$$

1. Bestem en formel for det $n$-te piltallet $P\_{n}$

Oppgave (V2013 del1, 2 poeng)

Det *n*-te leddet i en geometrisk rekke er gitt ved

$$a\_{n}=11⋅\left(-0,1\right)^{n-1}$$

Forklar at rekken er konvergent. Hva blir summen?

Oppgave (V2013 del2, 6 poeng)

Svanhild vurderer å ta opp et annuitetslån på 600 000 kroner. Hun kan velge mellom en fast årlig rente på 3,5 % og flytende rente. Lånet har én termin per år med en nedbetalingstid på 20 år. Første innbetaling skjer om ett år.

a) Forklar hvorfor vi kan bestemme terminbeløpet ved en fast årlig rente på 3,5 % ved å løse følgende likning:

$$\frac{x}{1,035}\left(1+\frac{1}{1,035}+\frac{1}{1,035^{2}}+…+\frac{1}{1,035^{19}}\right)=600000$$

Bestem terminbeløpet ved å løse denne likningen.

Svanhild vurderer å be banken om å endre lånebetingelsene.

b) Hva er den høyeste renten Svanhild kan ha dersom hun maksimalt kan betale 50000 kroner i terminbeløp med 20 års nedbetalingstid?

Bankens rådgiver mener at Svanhild må kunne betale en fast årlig rente på 6,5 %. For at Svanhild skal klare en slik rente, må hun øke antall terminer. Lånet har fremdeles én termin per år.

c) Hvor mange terminer må Svanhild betale dersom terminbeløpet skal være mindre enn 50 000 kroner med en fast årlig rente på 6,5 %?

Oppgave (V2013 del2, 6 poeng)

En likesidet $∆$*ABC* har areal lik *T*. Midtpunktene på sidene i $∆$*ABC* er hjørnene i en ny likesidet $∆$*DEF* med areal lik $T\_{1}$. Midtpunktene på sidene i $∆$*CDE* er hjørnene i en ny likesidet $∆$*GHI* med areal lik $T\_{2}$ . Etter samme metode lager vi trekanter med areal $T\_{3}$, $T\_{4}$, og så videre. Denne prosessen tenker vi oss fortsetter i det uendelige. Se skissen nedenfor.



a) Forklar at rekken av arealer $T\_{1}+T\_{2}+T\_{3}… $kan skrives som

$$\frac{T}{4}+\frac{T}{16}+\frac{T}{64}+…$$

b) Vis ved regning eller ved å studere figuren at summen av rekken er lik $\frac{T}{3}$.

c) Omkretsen av $∆$*ABC* er lik 3. Trekanten som har areal lik $T\_{n}$, har omkrets lik $O\_{n}$.

Forklar at rekken av omkretser $O\_{1}+O\_{2}+O\_{3}…$ kan skrives som

$$\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{3}{8}$$

Bestem summen til rekken.